

量子重力理論におけるワームホール解とその効果

著者	後藤 亨
号	1204
発行年	1991
URL	http://hdl.handle.net/10097/25154

氏名・（本籍）	ごとう 後藤	とおる 亨
学位の種類	理	学 博 士
学位記番号	理博第1204号	
学位授与年月日	平成3年3月28日	
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当	
研究科専攻	東北大学大学院理学研究科 (博士課程) 原子核理学専攻	
学位論文題目	量子重力理論におけるワームホール解とその効果	
論文審査委員	(主査)	
	教授 柳 田 勉	教授 吉 村 太 彦
		助教授 江 沢 潤 一

論 文 目 次

第1章 序 論

第2章 ワームホールと Big Fix

第3章 ワームホール解と保存量

第4章 ワームホールによって誘導される Vertex Operator

第5章 まとめと今後の課題

付録 A 透過係数の性質

付録 B 2点関数 $S(x, x')$ の $SO(4)$ 群についての平均化

付録 C 定義, 公式集

論文内容要旨

重力の量子論を構築する際には様々な問題が存在しているが、その中の一つにトポロジー変化の問題がある。量子重力理論では時空の計量が力学変数であるから、空間のトポロジーが変化するような遷移過程も記述されなければならない。また経路積分法で量子化する場合を考えれば、計量についての積分は始状態と終状態を結ぶ任意のトポロジーを持った時空の配位を足し上げなければならない。これをどのようにして取り入れるかというのがトポロジー変化の問題である。

近年、この問題に関する議論の中で、ワームホールと呼ばれる配位の効果が注目されている。ワームホールは2つの漸近的に平坦な領域を断面が3次元球面の細いチューブで結んだ形をしたユークリッド時空の配位で、ユークリッド経路積分で量子重力を定式化する場合に、様々なトポロジーを持った時空の足し上げにはワームホールを含むような配位もその一部として入っている。従ってワームホールの効果はトポロジー変化による効果の一面を表していると考えられる。そのため、ワームホールが低エネルギー領域の物理に及ぼす効果についていろいろな議論がなされた。微視的なワームホールは大きなスケールでは双局所演算子と見なすことができ、そのために他とは異なる効果を及ぼすと考えられる。Coleman は多くのワームホールを含んだ配位を足し上げた結果、宇宙定数が零であることが説明できると結論し、さらに同じ効果によって結合定数等のラグランジアンに含まれるすべてのパラメータがワームホールの効果によって決ってしまう（これを“Big Fix”と呼ぶ）可能性があることを示唆した。このことが発端となってワームホールの効果についての活発な研究が行われた。そして Coleman の議論に対する反論も行われ、はっきりした決着はついていないのが現状である。

これらの議論があいまいなものになっている原因の一つに、ワームホールによって誘導される双局所演算子の同定が不明確になっていることが挙げられる。具体的な模型においてワームホールの効果を詳しく調べるには、与えられた模型に存在するワームホールとそれによって誘導される双局所演算子の性質を調べることが不可欠である。しかし Big Fix 等の議論は模型の対称性等に基づく一般的な性質を満たす適当な双局所演算子の存在を仮定した上で進められており、欲しい性質を持った演算子が実際に誘導されるかどうかについては詳しい論議があまりなされていない。このような現状を踏まえ、本論文ではワームホールによって誘導される双局所演算子の同定について議論した。

本論文における議論の出発点となる仮定は、遷移振幅がユークリッド経路積分で与えられるということと、ユークリッド経路積分は鞍点法で評価できるということの2点である。この仮定の下ではユークリッド運動方程式の解になっているワームホールのみが経路積分に寄与するので、模型にワームホール解が存在するための条件をまず調べる必要がある。現在までにワームホール解が存在するような模型がいくつか知られているが、それらの模型には大局的対称性を持った物質場が含まれている。そしてワームホール解が寄与するような虚時間遷移振

幅はこの charge の固有状態の間の遷移振幅であり、そのことを反映させるには、ユークリッド運動方程式を導く際にこの対称性に伴う charge の保存則を適切に取り入れる必要があることが知られている。すなわち、遷移振幅の始状態と終状態が場の配位の固有状態ではなく charge の固有状態であることからユークリッド運動方程式の特殊な境界条件が導かれ、これによってワームホール解の存在が保証されるのである。具体例の一つとして $U(1)$ 大局的対称性を持ったスカラー場の理論ではワームホール解が存在することが分かっているが、本論文ではこれを $O(3)$ 対称性の場合に拡張して charge 保存則のより一般的な扱い方を明かにし、実際にユークリッド運動方程式を導いて $O(3)$ charge で支えられたワームホール解の存在を示した。

さて、ワームホール解を持つ模型が得られたら、そのワームホール解によって誘導される双局所演算子を求めることができる。本論文では以下のような手順に従ってこの双局所演算子を計算した。まずワームホール解を持つ模型として Einstein 重力と $U(1)$ 南部-Goldstone ボソンからなる系（これは Giddings と Strominger らによってワームホール解が求められている）を取り、ワームホール解をバックグラウンドとして固定する。そこに新たに物質場を加えてワームホール解の上でのこの物質場の Green 関数を計算する。そして、この Green 関数の漸近的な振舞いを平坦なバックグラウンド上で再現するために挿入するべき演算子を、このワームホール解によって誘導された演算子として同定する。物質場としては、零質量のスカラー場 ϕ と零質量のスピン1/2フェルミオン場 ψ をそれぞれ用いた。バックグラウンドとして採用している Giddings-Strominger 型のワームホール解の計量は conformally flat であるので、物質場が conformal 結合している場合は、conformal 変換を利用して平坦なバックグラウンド上での計算に帰着させることによって Green 関数を解析的に求めることができる。その結果からスカラー場の場合は線形項の積 $\phi(x)\phi(y)$ (x 及び y はそれぞれワームホール端の平坦なバックグラウンド上での座標) が、またフェルミオンの場合は質量項の積 $\bar{\psi}\psi(x)\bar{\psi}\psi(y) - \bar{\psi}\gamma^5\psi(x)\bar{\psi}\gamma^5\psi(y)$ がワームホールの大きさの最初のオーダーで現れることが明らかになった。

重力場と物質場の結合が conformal 結合でない場合はこの方法を適用することはできず、Green 関数は解析的には求められていない。そこで、本論文では minimal 結合のスカラー場の場合についてワームホールバックグラウンド上での Green 関数の漸近形を次のようにして求めた。Green 関数は、ラプラシアン固有関数からなる完全系が得られればそれらを用いて表すことができるので、固有値方程式を解いてこの固有関数の漸近形を求めるのが主要な問題である。バックグラウンドのワームホール解は $SO(4)$ 対称なので 3 次元球面上の座標変数は球面調和関数を用いて分離することができ、残った‘動径’方向の固有値方程式は 1 次元のポテンシャル障壁の透過問題における Schrödinger 方程式と同じ形になる。そして本論文ではこの方程式を数値計算で解いて固有関数の漸近形を求め、それを用いて Green 関数を計算した。この結果からワームホール解によって誘導される双局所演算子の形は conformal 結合の場合と同じ線形項の積 $\phi(x)\phi(y)$ であり、その係数は conformal 結合の場合より小さくなることが得られた。

より高いスピンを持った場についても、conformal 結合でない場合（例えば質量項がある場合など）は Green 関数の満たす方程式は簡単には解けない。この場合には、本論文で minimal 結合のスカラー場の場合に行ったように固有関数から Green 関数を構成するのが良いと考えられる。そして固有関数の計算は、スピンに応じた 3 次元球面上の調和関数を用いて角度変数を分離することによってスカラー場の場合と同様に 1 次元ポテンシャル障壁の透過問題に帰着させられる。従って、スカラー場以外の場合にも本論文で用いた方法を適用するのが有効であると考えられる。

本論文の構成は次の通りである。序論の後、第 2 章で Big Fix の機構を中心にワームホールの効果の一般論について紹介した。第 3 章では具体的なワームホール解を紹介し、ワームホール解が存在するための条件を議論した。そして第 4 章でワームホール解によって誘導される演算子の同定方法について議論し、具体的な模型で双局所演算子の計算を行った。

論文審査の結果の要旨

量子重力理論を定式化する試みの一つにユークリッド時空における経路積分法が上げられる。この理論は素粒子物理学の謎の一つである宇宙項の問題を解く可能性を内在していることが指摘され、最近注目されている。これは時空のトポロジーの変化をとともう非摂動論的效果によるものである。

後藤亨提出の論文では、 $O(3)$ スカラー模型に時空のトポロジーの変化をもたらすワームホール解が存在していることを証明した。また、このワームホール解の安定性がそこを通過する荷電により保証されていることも同時に示されている。

またワームホール解を背景場とした時、生成される効果的な相互作用に初めになかった新しい項が現われることを、詳細な計算を行い示した。

この論文では、スカラー場の1点関数とフェルミオン場の2点関数が生成されることを証明している。重力場の非摂動効果により、新たな相互作用が生じることはある程度予想されていたが、詳細な計算により直接証明した例は数少ない。また、この論文で明らかにしたフェルミオン場の2点関数はフェルミオン数保存則を破る項であり、ニュートリノが質量を持つ物理との関連に興味を持たれる。

本論文で得られた知見は量子重力理論における非摂動論的效果の解明に役立つのみならず、グローバルな対称性（バリオン数やレプトン数の保存則）の破れのメカニズムに新しい可能性を与える。

以上のように、本論文は著者が自立して研究活動を行うのに必要な研究能力と学識を有することを示している。よって後藤亨提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。